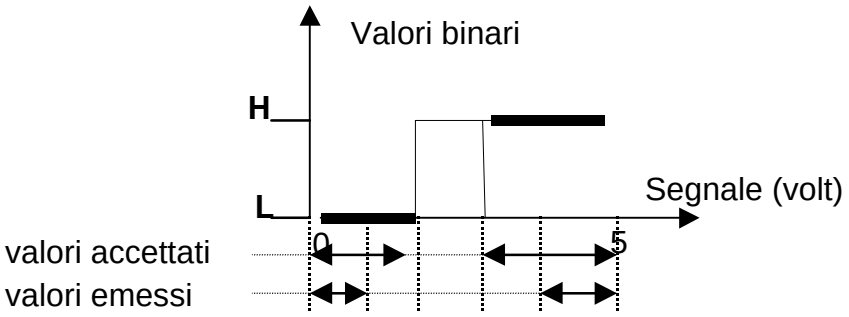
Indice

Segnali digitali binari e rappresentazione delle informazioni

La grandezza fisica che si utilizza (segnale elettrico di tensione) assume solo **due valori discreti** (binaria)



L'elemento tecnologico base per la realizzazione di circuiti digitali è il **transistore** il cui funzionamento può essere modellato (in modo molto semplice) come il funzionamento di un interruttore (*aperto* o *chiuso*), quindi con due stati fisici, cui corrispondono 2 opportune tensioni (in genere 0V e 5V)..

BIT (*binary digit*) = cifra binaria. (unità di informazione elementare)
Un bit può assumere due valori che possono essere associati ai simboli:

L(ow)	**H(igh)**	*aspetto fisico del segnale*
0	**1**	*aspetto aritmetico*
false	**true**	*aspetto logico*

Terminologia e «unita' di misura»

1 cifra	= bit	1 Kilo	= 2^{10} = 1024	$\cong 10^3$
8 bit	= byte	1 Mega	= 2^{20} = 1048576	$\cong 10^6$
16 bit	= word (parola)	1 Giga	= 2^{30}	$\cong 10^9$
32 bit	= double word			
64 bit	= quad word			

Elementi base della tecnologia elettronica

Caratteristiche principali della tecnologia elettronica che utilizza segnali digitali binari:

- gli *elementi base* (realizzati utilizzando uno o più transistori opportunamente collegati) sono di pochi tipi e relativamente semplici, e sono dotati di ingressi e uscite:

  ⇒ **porte logiche** (*gate*) che realizzano gli operatori e consentono le elaborazioni
  ⇒ **elemento di memoria** (*flip-flop* o *bistabile*) che consente il mantenimento di una singola informazione binaria

Gli elementi complessi si ottengono con una «costruzione» incrementale e ripetitiva degli elementi base, cioè aggregando anche numerosi elementi base con opportune interconnessioni. Le interconnessioni consentono la propagazione dei segnali, e quindi delle informazioni associate, dall'uscita di un elemento all'ingresso di uno o più altri elementi.

La tecnologia e il processo costruttivo dei **circuiti integrati** consentono di realizzare circuiti molto complessi in poco spazio e con un buon rapporto costi/prestazioni

Rappresentazione binaria

Nella rappresentazione binaria l'**alfabeto** (*l'insieme dei simboli utilizzabili*) è costituito dalle **cifre 0** e **1**.

Un'informazione è rappresentabile da una **sequenza** di cifre.

Quante sono le informazioni **distinte** rappresentabili?

- se sono disponibili **N** cifre binarie si possono avere $\mathbf{2^N}$ configurazioni diverse e quindi rappresentare al più $\mathbf{2^N}$ informazioni distinte

- se si devono rappresentare **M** informazioni distinte sono necessarie $\mathbf{N} = \lceil \mathbf{\log_2 M} \rceil$ cifre binarie

Quindi a seconda della cardinalità (M) dell'insieme di valori dell'informazione da rappresentare con una certa variabile, quest'ultima dovrà essere basata su un opportuno numero (N) di bit come indicato dalla relazione precedente.

Codifica dell'informazione

Una codifica è un **insieme di regole** per **costruire** e **interpretare** la sequenza di cifre binarie che rappresenta l'informazione di un dato tipo (caratteri, numeri interi, ecc.)

Codifica di informazioni di un dato tipo

definizione

corrispondenza biunivoca tra
rappresentazione dell'informazione e
significato dell'informazione

codifica

RAPPRESENTAZIONE ⇔ SIGNIFICATO

Corrispondenza:
è definita in modo arbitrario (è una *convenzione*) ma deve essere nota e sempre rispettata da chi genera e da chi utilizza le informazioni. Vengono in genere definiti degli ***standard***.

Arbitrarietà:
è utile per avere delle *proprietà* particolari sulla rappresentazione dell'informazione.
Le proprietà desiderabili possono dipendere dall'uso che verrà fatto delle informazioni.

Codifica dell'informazione

Le informazioni che consideriamo devono essere rappresentate e elaborate da una macchina (calcolatore elettronico).

Aspetto fondamentale:

> il **numero di elementi «fisici»** (elementi di memoria, collegamenti ....) disponibile per contenere la rappresentazione di ogni informazione è **finito**.

Poichè ogni elemento fisico «contiene» il valore di una cifra binaria, in ogni componente di un calcolatore il **numero di cifre binarie** disponibili per rappresentare l'informazione è **finito**. Quindi il numero di informazioni distinte rappresentabili è finito.

Nasce quindi il concetto di **non rappresentabilità** di informazioni che richiedono un numero di cifre maggiore di quelle disponibili.

Considerazione sulla codifica dell'informazione

Siamo abituati a considerare la disponibilità di un numero «illimitato» (o comunque sufficiente) di elementi per rappresentare le informazioni.

Esempio 1

Numeri decimali e operazioni aritmetiche: siamo abituati ad usare tutte le cifre necessarie senza particolari limiti.

Esempio 2

Informazioni da rappresentare: parole della lingua italiana

- alfabeto: 21 lettere
- lunghezza delle parole non limitata (si può ipotizzare un limite ragionevole Hp: $L_{max}=26$)
- alcune sequenze di lettere non hanno significato

Vocabolario italiano

- numero di parole esistenti è $<< 21^{26}$
- non sono esaurite tutte le sequenze possibili (configurazioni) di lettere
- l'introduzione di nuove parole non richiede di aumentare la lunghezza e/o di aumentare il numero di simboli

Classi (tipi) di informazioni da rappresentare

1. Informazioni enumerative

Caratteristiche:

- numerabili
- non numeriche
- l'ordine di enumerazione è significativo: può denotare delle proprietà tra le informazioni e consentire delle operazioni tra le informazioni

2. Valori numerici

Caratteristiche:

- devono consentire di rappresentare in modo adeguato gli insiemi della matematica (naturali, interi, razionali, reali)
- sono dei **sottoinsiemi** di alcuni degli insiemi della matematica del punto precedente
- devono essere possibili tutte le operazioni della matematica (e, almeno quelle fondamentali, devono essere facili da realizzare con dei circuiti)

Informazioni enumerative

Esempi:

1. Colori dell'arcobaleno: 7 colori $\Rightarrow$ 3 bit e quindi 8 possibili configurazioni distinte

   - scelta della corrispondenza (arbitraria, ma si può preservare la posizione nell'arcobaleno, cioè l'ordine per frequenze della luce crescenti)
   - la configurazione libera disponibile viene usata per rappresentare il «non colore» (nero)

significato	***codifica***
nero	000
rosso	001
arancio	010
giallo	011
verde	100
azzurro	101
indaco	110
violetto	111

Questa tabella riporta una possibile (non standard) codifica binaria dei 7 colori.

2. Giorni della settimana: lu ma me gio ve sa do

3. Mesi dell'anno:.....

Informazioni enumerative: caratteri alfanumerici

I caratteri alfanumerici consentono di rappresentare tutte le informazioni.

Si tratta quindi di una codifica **molto importante ed utilizzata**.

Si devono rappresentare:

- lettere maiuscole/minuscole A a .. Z z
- spazio
- cifre 0 9
- segni di interpunzione , : ; .
- simboli ! « # % @) < =
- caratteri di controllo per gestire la visualizzazione, la stampa, la trasmissione dei caratteri (*inizio riga, salto di riga, salto pagina* ....)

La rappresentazione dei caratteri alfanumerici fa uso di una codifica **standard** universalmente accettata: **codifica ASCII** (American Standard Code for Information Interchange)

Codifica ASCII: caratteristiche

- 7 bit per rappresentare ogni carattere ⇒
  128 caratteri alfanumerici distinti: le possibili configurazioni vanno da 0000000 a 1111111

- la codifica è stata scelta in modo da rispettare alcune «proprietà » dei caratteri:
  - ⇒ ordinamento delle cifre
  - ⇒ ordinamento delle lettere

- introduce le seguenti ulteriori proprietà :
  - ⇒ le lettere maiuscole precedono tutte le lettere minuscole
  - ⇒ la «distanza» tra una lettera maiuscola e la sua corrispondente minuscola è la stessa per tutte le lettere

ASCII esteso (8 bit) 256 configurazioni:

le prime 128 (da 00000000 a 01111111) sono associate ai caratteri dell'ASCII Standard, le rimanenti 128 (da 10000000 a 11111111) sono associate a lettere accentate..., a caratteri semigrafici ...

Tabella ASCII

bit meno significativi ↓

bit più significativi →

	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DLE	SP 32	0 48	@ 64	P 80	` 96	p 112
0001	SOH	DC1	! 33	1 49	A 65	Q 81	a 97	q 113
0010	STX	DC2	« 34	2 50	B 66	R 82	b 98	r 114
0011	ETX	DC3	# 35	3 51	C 67	S 83	c 99	s 115
0100	EOT	DC4	$ 36	4 52	D 68	T 84	d 100	t 116
0101	ENQ	NAK	% 37	5 53	E 69	U 85	e 101	u 117
0110	ACK	SYN	& 38	6 54	F 70	V 86	f 102	v 118
0111	BEL	ETB	’ 39	7 55	G 71	W 87	g 103	w 119
1000	BS	CAN	(40	8 56	H 72	X 88	h 104	x 120
1001	HT	EM	) 41	9 57	I 73	Y 89	i 105	y 121
1010	LF	SUB	* 42	: 58	J 74	Z 90	j 106	z 122
1011	VT	ESC	+ 43	; 59	K 75	[91	k 107	{ 123
1100	FF	FS	, 44	< 60	L 76	\ 92	l 108	| 124
1101	CR	GS	– 45	= 61	M 77	] 93	m 109	} 125
1110	SO	RS	. 46	> 62	N 78	^ 94	n 110	~ 126
1111	SI	US	/ 47	? 63	O 79	– 95	o 111	DEL

N.B.

I valori numerici in piccolo sono il valore decimale corrispondente al codice ASCII

La codifica ASCII di un carattere nella tabella è ottenuta prendendo i 3 bit corrispondenti alla colonna, seguiti dai 4 bit corrispondenti alla riga (questi gruppi di bit sono anche facilmente associabili a cifre esadecimali - v.seguito).

Codice ASCII

Byte	Cod.	Char
00000000	0	Null
00000001	1	Start of heading
00000010	2	Start of text
00000011	3	End of text
00000100	4	End of transmit
00000101	5	Enquiry
00000110	6	Acknowledge
00000111	7	Audible bell
00001000	8	Backspace
00001001	9	Horizontal tab
00001010	10	Line feed
00001011	11	Vertical tab
00001100	12	Form Feed
00001101	13	Carriage return
00001110	14	Shift out
00001111	15	Shift in
00010000	16	Data link escape
00010001	17	Device control 1
00010010	18	Device control 2
00010011	19	Device control 3
00010100	20	Device control 4
00010101	21	Neg. acknowledge
00010110	22	Synchronous idle
00010111	23	End trans. block
00011000	24	Cancel
00011001	25	End of medium
00011010	26	Substitution
00011011	27	Escape
00011100	28	File separator
00011101	29	Group separator
00011110	30	Record Separator
00011111	31	Unit separator

Byte	Cod.	Char
00100000	32	Spc
00100001	33	!
00100010	34	"
00100011	35	#
00100100	36	$
00100101	37	%
00100110	38	&
00100111	39	'
00101000	40	(
00101001	41	)
00101010	42	*
00101011	43	+
00101100	44	,
00101101	45	-
00101110	46	.
00101111	47	/
00110000	48	0
00110001	49	1
00110010	50	2
00110011	51	3
00110100	52	4
00110101	53	5
00110110	54	6
00110111	55	7
00111000	56	8
00111001	57	9
00111010	58	:
00111011	59	;
00111100	60	<
00111101	61	=
00111110	62	>
00111111	63	?

Byte	Cod.	Char
01000000	64	@
01000001	65	A
01000010	66	B
01000011	67	C
01000100	68	D
01000101	69	E
01000110	70	F
01000111	71	G
01001000	72	H
01001001	73	I
01001010	74	J
01001011	75	K
01001100	76	L
01001101	77	M
01001110	78	N
01001111	79	O
01010000	80	P
01010001	81	Q
01010010	82	R
01010011	83	S
01010100	84	T
01010101	85	U
01010110	86	V
01010111	87	W
01011000	88	X
01011001	89	Y
01011010	90	Z
01011011	91	[
01011100	92	\
01011101	93	]
01011110	94	^
01011111	95	_

Byte	Cod.	Char
01100000	96	`
01100001	97	a
01100010	98	b
01100011	99	c
01100100	100	d
01100101	101	e
01100110	102	f
01100111	103	g
01101000	104	h
01101001	105	i
01101010	106	j
01101011	107	k
01101100	108	l
01101101	109	m
01101110	110	n
01101111	111	o
01110000	112	p
01110001	113	q
01110010	114	r
01110011	115	s
01110100	116	t
01110101	117	u
01110110	118	v
01110111	119	w
01111000	120	x
01111001	121	y
01111010	122	z
01111011	123	{
01111100	124	|
01111101	125	}
01111110	126	~
01111111	127	Del

Codice ASCII esteso

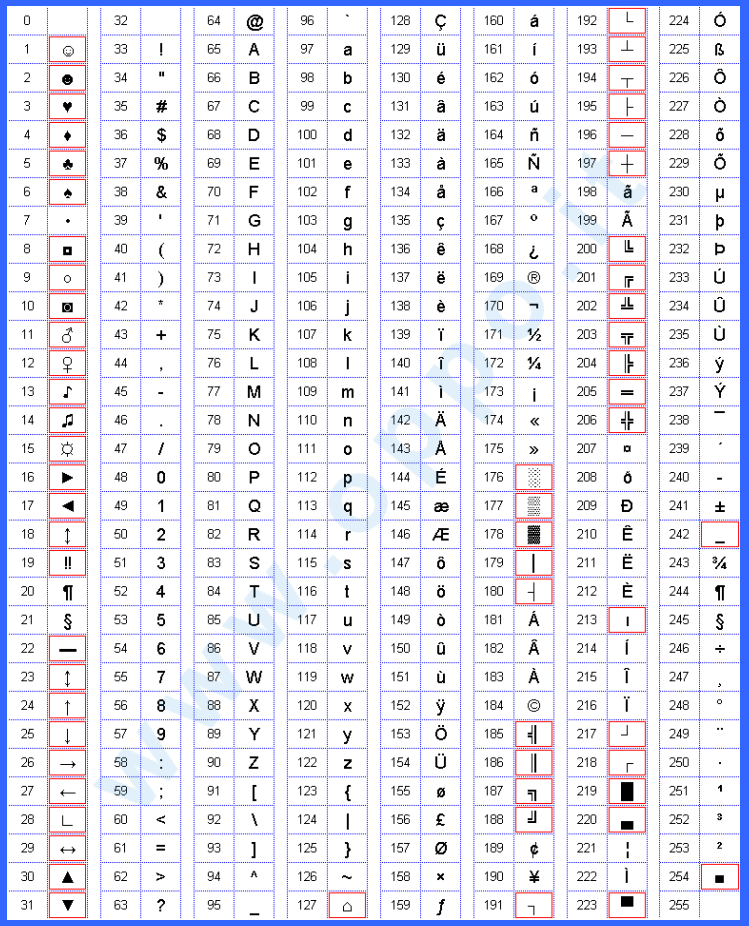
Byte	Cod.	Char
10000000	128	Ç
10000001	129	ü
10000010	130	é
10000011	131	â
10000100	132	ä
10000101	133	à
10000110	134	å
10000111	135	ç
10001000	136	ê
10001001	137	ë
10001010	138	è
10001011	139	ï
10001100	140	î
10001101	141	ì
10001110	142	Ä
10001111	143	Å
10010000	144	É
10010001	145	æ
10010010	146	Æ
10010011	147	ô
10010100	148	ö
10010101	149	ò
10010110	150	û
10010111	151	ù
10011000	152	ÿ
10011001	153	Ö
10011010	154	Ü
10011011	155	ø
10011100	156	£
10011101	157	Ø
10011110	158	×
10011111	159	ƒ

Byte	Cod.	Char
10100000	160	á
10100001	161	í
10100010	162	ó
10100011	163	ú
10100100	164	ñ
10100101	165	Ñ
10100110	166	ª
10100111	167	º
10101000	168	¿
10101001	169	®
10101010	170	¬
10101011	171	½
10101100	172	¼
10101101	173	¡
10101110	174	«
10101111	175	»
10110000	176	_
10110001	177	_
10110010	178	_
10110011	179	¦
10110100	180	¦
10110101	181	Á
10110110	182	Â
10110111	183	À
10111000	184	©
10111001	185	¦
10111010	186	¦
10111011	187	+
10111100	188	+
10111101	189	¢
10111110	190	¥
10111111	191	+

Byte	Cod.	Char
11000000	192	+
11000001	193	-
11000010	194	-
11000011	195	+
11000100	196	-
11000101	197	+
11000110	198	ã
11000111	199	Ã
11001000	200	+
11001001	201	+
11001010	202	-
11001011	203	-
11001100	204	¦
11001101	205	-
11001110	206	+
11001111	207	¤
11010000	208	ð
11010001	209	Ð
11010010	210	Ê
11010011	211	Ë
11010100	212	È
11010101	213	ı
11010110	214	Í
11010111	215	Î
11011000	216	Ï
11011001	217	+
11011010	218	+
11011011	219	_
11011100	220	_
11011101	221	¦
11011110	222	Ì
11011111	223	_

Byte	Cod.	Char
11100000	224	Ó
11100001	225	ß
11100010	226	Ô
11100011	227	Ò
11100100	228	õ
11100101	229	Õ
11100110	230	µ
11100111	231	þ
11101000	232	Þ
11101001	233	Ú
11101010	234	Û
11101011	235	Ù
11101100	236	ý
11101101	237	Ý
11101110	238	¯
11101111	239	´
11110000	240	-
11110001	241	±
11110010	242	_
11110011	243	¾
11110100	244	¶
11110101	245	§
11110110	246	÷
11110111	247	¸
11111000	248	º
11111001	249	¨
11111010	250	·
11111011	251	¹
11111100	252	³
11111101	253	²
11111110	254	_
11111111	255	

ASCII Completo



0		32		64	@	96	`	128	Ç	160	á	192	└	224	Ó
1	☺	33	!	65	A	97	a	129	ü	161	í	193	┴	225	ß
2	☻	34	"	66	B	98	b	130	é	162	ó	194	┬	226	Ô
3	♥	35	#	67	C	99	c	131	â	163	ú	195	├	227	Ò
4	♦	36	$	68	D	100	d	132	ä	164	ñ	196	─	228	õ
5	♣	37	%	69	E	101	e	133	à	165	Ñ	197	┼	229	Õ
6	♠	38	&	70	F	102	f	134	å	166	ª	198	ã	230	µ
7	•	39	'	71	G	103	g	135	ç	167	º	199	Ã	231	þ
8	◘	40	(	72	H	104	h	136	ê	168	¿	200	╚	232	Þ
9	○	41	)	73	I	105	i	137	ë	169	®	201	╔	233	Ú
10	◙	42	*	74	J	106	j	138	è	170	¬	202	╩	234	Û
11	♂	43	+	75	K	107	k	139	ï	171	½	203	╦	235	Ù
12	♀	44	,	76	L	108	l	140	î	172	¼	204	╠	236	ý
13	♪	45	-	77	M	109	m	141	ì	173	¡	205	═	237	Ý
14	♫	46	.	78	N	110	n	142	Ä	174	«	206	╬	238	¯
15	☼	47	/	79	O	111	o	143	Å	175	»	207	¤	239	´
16	►	48	0	80	P	112	p	144	É	176	░	208	ð	240	-
17	◄	49	1	81	Q	113	q	145	æ	177	▒	209	Ð	241	±
18	↕	50	2	82	R	114	r	146	Æ	178	▓	210	Ê	242	‗
19	‼	51	3	83	S	115	s	147	ô	179	│	211	Ë	243	¾
20	¶	52	4	84	T	116	t	148	ö	180	┤	212	È	244	¶
21	§	53	5	85	U	117	u	149	ò	181	Á	213	ı	245	§
22	▬	54	6	86	V	118	v	150	û	182	Â	214	Í	246	÷
23	↨	55	7	87	W	119	w	151	ù	183	À	215	Î	247	¸
24	↑	56	8	88	X	120	x	152	ÿ	184	©	216	Ï	248	°
25	↓	57	9	89	Y	121	y	153	Ö	185	╣	217	┘	249	¨
26	→	58	:	90	Z	122	z	154	Ü	186	║	218	┌	250	·
27	←	59	;	91	[	123	{	155	ø	187	╗	219	█	251	¹
28	∟	60	<	92	\	124	|	156	£	188	╝	220	▄	252	³
29	↔	61	=	93	]	125	}	157	Ø	189	¢	221	¦	253	²
30	▲	62	>	94	^	126	~	158	×	190	¥	222	Ì	254	■
31	▼	63	?	95	_	127	⌂	159	ƒ	191	┐	223	▀	255	

Codice ASCII

ALT + 033 = !	ALT + 034 = "	ALT + 035 = #	ALT + 036 = $
ALT + 037 = %	ALT + 038 = &	ALT + 039 = '	ALT + 040 = (
ALT + 041 =)	ALT + 042 = *	ALT + 043 = +	ALT + 044 = ,
ALT + 045 = -	ALT + 046 = .	ALT + 047 = /	ALT + 048 = 0
ALT + 049 = 1	ALT + 050 = 2	ALT + 051 = 3	ALT + 052 = 4
ALT + 053 = 5	ALT + 054 = 6	ALT + 055 = 7	ALT + 056 = 8
ALT + 057 = 9	ALT + 058 = :	ALT + 059 = ;	ALT + 060 = <
ALT + 061 = =	ALT + 062 = >	ALT + 063 = ?	ALT + 064 = @
ALT + 065 = A	ALT + 066 = B	ALT + 067 = C	ALT + 068 = D
ALT + 069 = E	ALT + 070 = F	ALT + 071 = G	ALT + 072 = H
ALT + 073 = I	ALT + 074 = J	ALT + 075 = K	ALT + 076 = L
ALT + 077 = M	ALT + 078 = N	ALT + 079 = O	ALT + 080 = P
ALT + 081 = Q	ALT + 082 = R	ALT + 083 = S	ALT + 084 = T
ALT + 085 = U	ALT + 086 = V	ALT + 087 = W	ALT + 088 = X
ALT + 089 = Y	ALT + 090 = Z	ALT + 091 = [	ALT + 092 = \
ALT + 093 =]	ALT + 094 = ^	ALT + 095 = _	ALT + 096 = `
ALT + 097 = a	ALT + 098 = b	ALT + 099 = c	ALT + 100 = d
ALT + 101 = e	ALT + 102 = f	ALT + 103 = g	ALT + 104 = h
ALT + 105 = i	ALT + 106 = j	ALT + 107 = k	ALT + 108 = l
ALT + 109 = m	ALT + 110 = n	ALT + 111 = o	ALT + 112 = p
ALT + 113 = q	ALT + 114 = r	ALT + 115 = s	ALT + 116 = t
ALT + 117 = u	ALT + 118 = v	ALT + 119 = w	ALT + 120 = x
ALT + 121 = y	ALT + 122 = z	ALT + 123 = {	ALT + 124 = |
ALT + 125 = }	ALT + 126 = ~	ALT + 128 = Ç	ALT + 129 = ü
ALT + 130 = é	ALT + 131 = â	ALT + 132 = ä	ALT + 133 = à
ALT + 134 = å	ALT + 135 = ç	ALT + 136 = ê	ALT + 137 = ë
ALT + 138 = è	ALT + 139 = ï	ALT + 140 = î	ALT + 141 = ì
ALT + 142 = Ä	ALT + 143 = Å	ALT + 144 = É	ALT + 145 = æ

ALT + 146 = Æ	ALT + 147 = ô	ALT + 148 = ö	ALT + 149 = ò
ALT + 150 = û	ALT + 151 = ù	ALT + 152 = ÿ	ALT + 153 = Ö
ALT + 154 = Ü	ALT + 155 = ø	ALT + 156 = £	ALT + 157 = Ø
ALT + 158 = ×	ALT + 159 = ƒ	ALT + 160 = á	ALT + 161 = í
ALT + 162 = ó	ALT + 163 = ú	ALT + 164 = ñ	ALT + 165 = Ñ
ALT + 166 = ª	ALT + 167 = º	ALT + 168 = ¿	ALT + 169 = ®
ALT + 170 = ¬	ALT + 171 = ½	ALT + 172 = ¼	ALT + 173 = ¡
ALT + 174 = «	ALT + 175 = »	ALT + 176 = _	ALT + 177 = _
ALT + 178 = _	ALT + 179 = ¦	ALT + 180 = ¦	ALT + 181 = Á
ALT + 182 = Â	ALT + 183 = À	ALT + 184 = ©	ALT + 185 = ¦
ALT + 186 = ¦	ALT + 187 = +	ALT + 188 = +	ALT + 189 = ¢
ALT + 190 = ¥	ALT + 191 = +	ALT + 192 = +	ALT + 193 = -
ALT + 194 = -	ALT + 195 = +	ALT + 196 = -	ALT + 197 = +
ALT + 198 = ã	ALT + 199 = Ã	ALT + 200 = +	ALT + 201 = +
ALT + 202 = -	ALT + 203 = -	ALT + 204 = ¦	ALT + 205 = -
ALT + 206 = +	ALT + 207 = ¤	ALT + 208 = ð	ALT + 209 = Ð
ALT + 210 = Ê	ALT + 211 = Ë	ALT + 212 = È	ALT + 213 = i
ALT + 214 = Í	ALT + 215 = Î	ALT + 216 = Ï	ALT + 217 = +
ALT + 218 = +	ALT + 219 = _	ALT + 220 = _	ALT + 221 = ¦
ALT + 222 = Ì	ALT + 223 = _	ALT + 224 = Ó	ALT + 225 = ß
ALT + 226 = Ô	ALT + 227 = Ò	ALT + 228 = õ	ALT + 229 = Õ
ALT + 230 = µ	ALT + 231 = þ	ALT + 232 = Þ	ALT + 233 = Ú
ALT + 234 = Û	ALT + 235 = Ù	ALT + 236 = ý	ALT + 237 = Ý
ALT + 238 = ¯	ALT + 239 = ´	ALT + 240 = -	ALT + 241 = ±
ALT + 242 = _	ALT + 243 = ¾	ALT + 244 = ¶	ALT + 245 = §
ALT + 246 = ÷	ALT + 247 = ¸	ALT + 248 = °	ALT + 249 = ¨
ALT + 250 = ·	ALT + 251 = ¹	ALT + 252 = ³	ALT + 253 = ²
ALT + 254 = _	ALT + 255 = spazio	ALT + 265 = tab	ALT + 266 = invio
ALT + 269 = invio	ALT + 271 = ¤	ALT + 276 = ¶	ALT + 277 = §
ALT + 282 = annulla	ALT + 288 = spazio	ALT + 289 = !	ALT + 290 = "

ALT + 291 = #	ALT + 292 = $	ALT + 293 = %	ALT + 294 = &
ALT + 295 = '	ALT + 296 = (	ALT + 297 =)	ALT + 298 = *
ALT + 299 = +	ALT + 300 = ,	ALT + 301 = -	ALT + 302 = .
ALT + 303 = /	ALT + 304 = 0	ALT + 305 = 1	ALT + 306 = 2
ALT + 307 = 3	ALT + 308 = 4	ALT + 309 = 5	ALT + 310 = 6
ALT + 311 = 7	ALT + 312 = 8	ALT + 313 = 9	ALT + 314 = :
ALT + 315 = ;	ALT + 316 = <	ALT + 317 = =	ALT + 318 = >

Rappresentazione di valori numerici

Le classi di valori numerici che si possono rappresentare sono le seguenti:

- Numeri naturali
- Numeri interi (relativi)
- Numeri razionali

Rappresentazione di numeri naturali: codifica pesata (binario naturale)

La codifica si basa sulla notazione posizionale o «pesata» che adottiamo usualmente per i numeri codificati in decimale.

Terminologia:

- Base: B (B=2, B=10, B=3, B=16)
- Valori delle cifre: 0 .. B-1
- Notazione posizionale: B^k (2^k, 10^k)

Nella notazione posizionale, in qualunque base, il valore numerico rappresentato da una cifra dipende

$\Rightarrow$ dal valore della cifra

$\Rightarrow$ dalla posizione della cifra nel numero

Esempio in base 10

$$P_{10} = 121_{10} = \mathbf{1}\cdot 10^2 + \mathbf{2}\cdot 10^1 + \mathbf{1}\cdot 10^0$$

Data una base **B** e un numero di cifre disponibili **N**

$\Rightarrow$ i numeri naturali (interi ≥ 0) rappresentabili sono

$$\mathbf{0 \leq P \leq B^N - 1}$$

Codifica pesata dei numeri naturali in base 2

$P_2 = b_{N-1}\, 2^{N-1} + b_{N-2}\, 2^{N-2} + \ldots\ldots + b_2\, 2^2 + b_1\, 2^1 + b_0\, 2^0$

bit piu' significativo: b_{N-1}
bit meno significativo: b_0

Ad esempio:

numero di bit disponibili N=3
i valori numerici rappresentabili sono

$0 \leq P \leq 2^3-1$ cioè $0 \leq P \leq 7$

decimale	*binario*	*valore*
0	000	$0 \cdot 2^2+0 \cdot 2^1+0 \cdot 2^0$
1	001	$0 \cdot 2^2+0 \cdot 2^1+1 \cdot 2^0$
2	010	$0 \cdot 2^2+1 \cdot 2^1+0 \cdot 2^0$
3	011	$0 \cdot 2^2+1 \cdot 2^1+1 \cdot 2^0$
4	100	$1 \cdot 2^2+0 \cdot 2^1+0 \cdot 2^0$
5	101	$1 \cdot 2^2+0 \cdot 2^1+1 \cdot 2^0$
6	110	$1 \cdot 2^2+1 \cdot 2^1+0 \cdot 2^0$
7	111	$1 \cdot 2^2+1 \cdot 2^1+1 \cdot 2^0$

Codifica pesata dei numeri naturali in base 2

numero di bit disponibili N=5 $\Rightarrow$ i valori numerici P rappresentabili sono $0 \leq P \leq 2^5-1$ cioè $0 \leq P \leq 31$

decimale	*binario*	*valore*
0	00000	$0\cdot 2^4+0\cdot 2^3+0\cdot 2^2+0\cdot 2^1+0\cdot 2^0$
1	00001	$0\cdot 2^4+0\cdot 2^3+0\cdot 2^2+0\cdot 2^1+1\cdot 2^0$
2	00010	$0\cdot 2^4+0\cdot 2^3+0\cdot 2^2+1\cdot 2^1+0\cdot 2^0$
.....	.....	
7	00111	$0\cdot 2^4+0\cdot 2^3+1\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0$
8	01000	$0\cdot 2^4+1\cdot 2^3+0\cdot 2^2+0\cdot 2^1+0\cdot 2^0$
.....	.....	
15	01111	$0\cdot 2^4+1\cdot 2^3+1\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0$
16	10000	$1\cdot 2^4+0\cdot 2^3+0\cdot 2^2+0\cdot 2^1+0\cdot 2^0$
.....	.....	
30	11110	$1\cdot 2^4+1\cdot 2^3+1\cdot 2^2+1\cdot 2^1+0\cdot 2^0$
31	11111	$1\cdot 2^4+1\cdot 2^3+1\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0$

gli zeri davanti «non contano» ma ci devono essere.

Siamo abituati a non scrivere gli zeri non significativi, lasciandoli impliciti.

Invece i segnali fisici possono solo indicare i valori 0 o 1 per tutti i bit usati per rappresentare un valore numerico, e non possono «sparire».

Per una certa informazione si adotta un numero fisso di bit, che deve essere stabilito a priori, e non una quantità che dipende dal valore di volta in volta rappresentato.

N=6 $\Rightarrow$ 0 - 63
N=7 $\Rightarrow$ 0 - 127
N=8 $\Rightarrow$ 0 - 255
N=10 $\Rightarrow$ 0 - 1023 (1 K)
N=16 $\Rightarrow$ $0 - 2^6\cdot 2^{10} = 0 - 65535 \cong 0 - 64.000$ (64 K)
N=32 $\Rightarrow$ $0 - 2^2\cdot 2^{10}\cdot 2^{10}\cdot 2^{10} \cong 0 - 4.000.000.000$ (4 G)

Codifica esadecimale (HEX)

E' la codifica *pesata* dei numeri naturali in base B=16, sono quindi disponibili 16 valori delle cifre.

valore	cifra hex	binario
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

La comodità della rappresentazione HEX sta nella facilità di conversione in binario e viceversa:
ogni gruppo di 4 bit corrisponde direttamente ad una cifra HEX, come nella tabella accanto.

ESEMPIO
binario 0110 1001 1101 0100
HEX 6 9 D 4

Generalmente si premette uno «0» iniziale e una «h» finale.

Il generico valore in esadecimale si ottiene dalla relazione (dove N rappresenta il numero di cifre esadecimali):

$$P_{16}=b_{N-1}\,16^{N-1}+b_{N-2}\,16^{N-2}+.....+b_2\,16^2+b_1\,16^1+b_0\,16^0$$

Nella documentazione tecnica di calcolatori ed in generale di circuiti logici occorre spesso citare delle configurazioni binarie (codifiche, indirizzi, ecc.).
Sequenze di 16 o 32 bit rappresentati con «1» e «0» sono, per l'uomo, scomode da gestire e difficili da ricordare.
Si ricorre quindi generalmente alla rappresentazione esadecimale (HEX). In particolare la forma HEX è usata nel linguaggio Assembler.

Conversione della rappresentazione pesata

Conversione =

passaggio dalla rappresentazione pesata di un numero naturale da una base **b** ad una base **B.**

Le regole di conversione si basano:

- sull'uguaglianza dei valori numerici, cioè indipendentemente dalla base di rappresentazione il valore del numero è lo stesso

- sul concetto di notazione pesata

Consideriamo i casi di conversione da binario a decimale e da decimale a binario di numeri naturali

Conversione binario decimale (numeri naturali): è molto semplice

$P_2=11110_2 = \mathbf{1}\cdot 2^4+\mathbf{1}\cdot 2^3+\mathbf{1}\cdot 2^2+\mathbf{1}\cdot 2^1+\mathbf{0}\cdot 2^0$

$= 16 + 8 + 4 + 2 + 0 = 30_{10}$

Conversione decimale binario di numeri naturali

Algoritmo di conversione:

- si considera l'uguaglianza **P = Q·b + R**, dove

⇒ **P** è il numero decimale da convertire
⇒ **Q** è il risultato della divisione intera per la base **b** (=2)
⇒ **R** è il resto della divisione intera per la base **b** ($0 \leq R \leq b-1$)

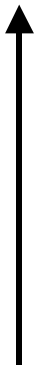
- si eseguono ripetute divisioni per la base b = 2 operando in base B = 10.
  Le divisioni considerano come valore da dividere, di volta in volta, il Q ottenuto al passo precedente. Il procedimento termina quando il valore da dividere è pari a 0.

Il numero di iterazioni necessarie per arrivare al termine del procedimento determina il **numero minimo di bit** necessari per rappresentare quel particolare numero in binario.

Conversione decimale binario di numeri naturali

Esempio: 37 in base 2.

P	37	R_0	**1**
Q_0	18	R_1	**0**
Q_1	9	R_2	**1**
Q_2	4	R_3	**0**
Q_3	2	R_4	**0**
Q_4	1	R_5	**1**
Q_5	0		



$37_{10} = 100101_2$

Valgono le seguenti uguaglianze:

$P=Q_0b+R_0 = (Q_1b+R_1)b+R_0 = Q_1b^2+R_1b^1+R_0b^0=.....$

Quindi $R_0\,R_1$.... sono le cifre della rappresentazione binaria a partire dal bit meno significativo.

Nell'esempio, il numero minimo di bit è 6.
R_5 rappresenta il bit più significativo.
Continuando il procedimento si otterrebbero degli 0 in posizione più significativa.

Conversione decimale binario della parte frazionaria

Rappresentazione della parte frazionaria:

$$\mathbf{P = 0.p_{-1}p_{-2}p_{-3}}$$

Nella notazione posizionale per la parte frazionaria il valore del numero rappresentato è dato da:

$P_{10} = 0 + d_{-1}\ 10^{-1} + d_{-2}\ 10^{-2} + \ldots\ldots$ (d_{-1} ... cifre decimali)

$P_{2} = 0 + b_{-1}\ 2^{-1} + b_{-2}\ 2^{-2} + b_{-3}\ 2^{-3} + \ldots$ (b_{-1} ... cifre binarie)

La conversione da binario a decimale è come quella vista per i numeri naturali, ma con le potenze della base negative.

Per la conversione da decimale a binario l'algoritmo di conversione è «duale» rispetto a quello per la parte intera. In questo caso si opera per moltiplicazioni successive (per la base 2) della sola parte frazionaria. Le cifre (bit) ottenute sono quelle dei riporti sulle unità intere.

Conversione della parte frazionaria

Esempi e osservazioni sulla conversione:

Esempio 1

0.5	1.0	b_{-1}	1
0.0			

$0.5_{10} = 0.1_2 \Rightarrow$ il valore è **esattamente** rappresentabile in base 2 con un qualsiasi numero (≥ 1) di bit per la parte frazionaria.

Esempio 2

0.25	0.5	b_{-1}	0
0.5	1.0	b_{-2}	1
0.0			

$0.25_{10} = 0.01_2 \Rightarrow$ il valore è **esattamente** rappresentabile in base 2 con un qualsiasi numero (≥ 2) di bit per la parte frazionaria.

Conversione della parte frazionaria

Esempi e osservazioni sulla conversione:

0.6875	**1**.375	b_{-1}	**1**
0.375	**0**.75	b_{-2}	**0**
0.75	**1**.5	b_{-3}	**1**
0.5	**1**.0	b_{-4}	**1**
0.0			

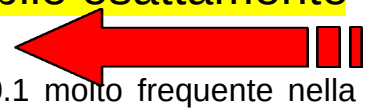
Esempio 3

$0.6875_{10} = 0.1011_2 \Rightarrow$ è rappresentabile esattamente con 4 (o più) bit per la parte frazionaria.
Se si hanno a disposizione solo 3 bit, la conversione genera il valore approssimato 0.101_2 ($=0.625_{10}$).

0.1	0.2	b_{-1}	0
0.2	0.4	b_{-2}	0
0.4	0.8	b_{-3}	0
0.8	1.6	b_{-4}	1
0.6	1.2	b_{-5}	1
0.2	0.4	b_{-6}	0
0.4	0.8	b_{-7}	0
0.8	1.6	b_{-8}	1
.....	.....	.....	....

Esempio 4

$0.1_{10} = 0.0011001..._2 \Rightarrow$ **non** è rappresentabile esattamente ed è periodico (numero illimitato di cifre).



E' molto importante notare che il valore frazionario decimale 0.1 molto frequente nella normale numerazione decimale, non è rappresentabile esattamente in forma binaria. Ciò comporta talvolta risultati approssimati in calcoli eseguiti in base 2, che invece darebbero un risultato esatto in base 10.

Operazioni aritmetiche tra naturali in notazione posizionale

- Le operazioni aritmetiche in base 2 seguono le stesse «regole» di quelle in base 10.

- E' fondamentale ricordarsi del problema della rappresentabilità dell'informazione con un numero di bit predefinito.

  Ad esempio, nel caso di addizione di due interi rappresentati su N bit, il risultato della somma può richiedere N+1 bit (*overflow* = traboccamento, o superamento).

- I circuiti per eseguire le operazioni aritmetiche in notazione posizionale sono molto semplici. Notevole vantaggio della codifica posizionale.

Esempio: tabella della **somma** su un bit (come nel decimale esiste il **riporto** verso la cifra più significativa)

a \ + \ b	0	1
0	0	1
1	1	0 (1)

=

a	b	a+b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0 (1)

Operazioni aritmetiche: esempi

Somma: N = 4 bit ⟹ valori rappresentabili da 0 a 15

	111	←	*riporti*
7 +	0111 +		
3	0011		
10	1010		

	1 110	←	*riporti*
7 +	0111 +		
10	1010		
17	(1)0001		non rappresentabile con 4 bit

Sottrazione: N = 4 bit ⟹ valori rappresentabili da 0 a 15

	110	←	*prestiti*
12 -	1100 -		
6	0110		
6	0110		

	1 000	←	*prestiti*
5 -	0101 -		
8	1000		
- 3	(1)1101		non rappresentabile

Rappresentazione di valori numerici interi relativi

In aritmetica decimale, per rappresentare i numeri *relativi* siamo abituati ad utilizzare la rappresentazione *in modulo e segno*.

Le operazioni aritmetiche (algebriche) di somma e sottrazione, così come siamo abituati ad eseguirle, lavorano in modulo e segno e implicano una serie di operazioni elementari per ottenere il risultato corretto:

- analisi dei segni degli operandi ***esempio: 5 + (-7) Þ sottrazione***
- confronto tra i moduli degli operandi ***7 > 5 Þ 7 è il minuendo***
- somma tra moduli (naturali) *oppure*
- sottrazione tra moduli (naturali) ***7 - 5 = 2 (modulo del risultato)***
- determinazione del segno del risultato ***risultato negativo Þ -2***

Rappresentazione dei numeri interi (relativi): Codifica in complemento a 2

All'interno del calcolatore si utilizza una diversa rappresentazione – **in complemento a 2** – dei numeri interi relativi che consente di trattare somme e sottrazioni algebriche in modo indifferenziato e quindi è realizzabile con circuiti aritmetici più semplici.

Rappresentazione in complemento a 2

Date N cifre binarie, sono disponibili 2^N configurazioni distinte: di queste
2^{N-1} vengono utilizzate per rappresentare valori ≥ 0 e
2^{N-1} vengono utilizzate per rappresentare valori < 0.

Ad esempio, se N = 4 sono disponibili 16 configurazioni distinte, con queste posso rappresentare

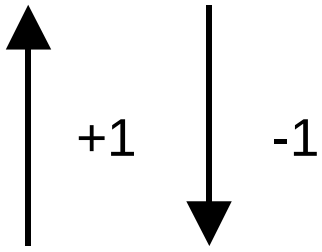
- valori ≥ 0: da 0 a $2^{N-1}-1$ cioe' da 0 a 7
- valori < 0: da -1 a -2^{N-1} cioe' da -1 a -8

N=6 $\Rightarrow$ da -32 a +31
N=7 $\Rightarrow$ da -64 a +63
N=8 $\Rightarrow$ da -128 a +127
N=10 $\Rightarrow$ da -512 a + 511
N=16 $\Rightarrow$ da -32.768 a +32.767
N=32 $\Rightarrow$ da $\cong$ - 2.000.000.000 a $\cong$ + 2.000.000.000

Rappresentazione in complemento a 2

Codifica su 4 bit

+7	0111
+6	0110
+5	0101
+4	0100
+3	0011
+2	0010
+1	0001
0	0000
-1	1111
-2	1110
-3	1101
-4	1100
-5	1011
-6	1010
-7	1001
-8	1000



Nota bene:

il valore del bit piu' significativo e' **indicativo** del segno:

0 ⇒ valore ≥ 0

1 ⇒ valore < 0

ma **non** è il segno: non basta cambiarlo per cambiare segno al numero

La rappresentazione in cpl 2 su N bit si ottiene:

P	(≥ 0)	⇒	P	in cpl2	=	P_2	su N bit
–P	(<0)	⇒	–P	in cpl2	=	$(2^N–P)_2$	su N bit

Rappresentazione in complemento a 2

Regola di conversione

Si scrive il valore assoluto del numero da rappresentare in notazione posizionale su N cifre

- se il numero da rappresentare è ≥ 0, questa è la rappresentazione in complemento a 2

- se il numero da rappresentare è < 0, si complementano tutti i bit e si somma 1

  In *alternativa*, partendo dal bit meno significativo, si lasciano inalterati i valori dei bit fino al primo 1 incluso e si complementano i rimanenti bit

Esempio su 4 bit.

P = - 6	6_{10} =	0110_2
	complemento i bit	1001
	sommo 1	1010

$-6_{10} = 1010_{cpl2}$

Esempi di operazioni aritmetiche tra relativi in complemento a 2

		011
3 +	0011 +	
-5	1011	
-2	1110	

		110
2 +	0010 +	
7	0111	
9	1001	

1001 e' negativo!
superamento

		1 111
- 1 +	1111 +	
1	0001	
0	(*1*)0000	

Codifica di numeri razionali:
Rappresentazione in virgola mobile (floating point)

Il valore di un numero razionale R è esprimibile con la seguente forma generale per qualunque base **b**

$$R = M \bullet b^{E}$$

R - valore razionale
M - mantissa frazionaria con segno
b - base
E - esponente intero con segno

Quindi, data una base b, un numero rappresentato in virgola mobile può avere la forma

E	M

Dove M è la rappresentazione della mantissa nella base b e con un certo numero di cifre, ed E è la rappresentazione, anche questa nella base b, dell'esponente da dare alla base.

⇒ **Il campo di valori rappresentabili dipende da E**
⇒ **la risoluzione (precisione) dipende da M**

La rappresentazione si dice normalizzata se la mantissa ha un valore compreso tra l'inverso della base e l'unità, cioè

$$b^{-1} \leq M < b^{0}$$

Codifica di numeri razionali:
Rappresentazione in virgola mobile (floating point)

Base 10

Es. 1250.3 = $0.12503 \cdot 10^{4}$ normalizzato

4	0.12503

= $0.0012503 \cdot 10^{6}$ non normalizzato

Per sfruttare al meglio le cifre di mantissa si **normalizza**

Base b = 2

Es. $1011010 . 011 = 0 . 101101001100 \cdot b^{0111}$

0111	101101001100

In questo esempio, puramente indicativo, la mantissa è di 12 bit e l'esponente di 4 bit.

Codifica di numeri razionali: rappresentazione in virgola mobile

Standard IEEE floating point su 32 bit

1 bit di segno della mantissa
8 bit di esponente E
23 bit di mantissa M (pari a 7 cifre decimali)

S	E	M

⇒ Campo di valori rappresentabili
~ -10^{38} . . ~-10^{-38} 0 ~10^{-38} . . ~10^{38}

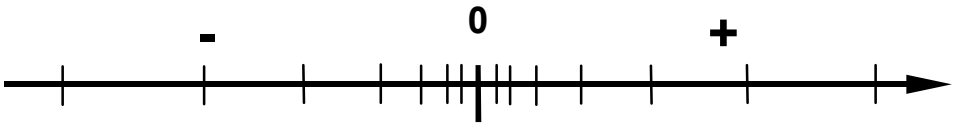
⇒ Risoluzione uno su 8 milioni

NB. I circa 4 miliardi di configurazioni dei 32 bit usati consentono di coprire un campo di valori molto ampio grazie alla distribuzione non uniforme.

Per i numeri piccoli i valori sono «fitti», ma si diradano per i grandi!

Approssimativamente gli intervalli tra **valori contigui** sono:

- per valori di 10000 l'intervallo è di un millesimo
- per valori di 10 milioni l'intervallo è di un'unità
- per valori di 10 miliardi l'intervallo è di mille
- ecc.



Ci sono anche standard IEEE su 64 e su 80 bit che estendono il campo di valori rappresentabili e la precisione.